Simon Bonaventure Mbogle Tcheke

simon.mbogle@yahoo.com

BAC séries D-TI Cameroun

2015

Résumé

Cette épreuve de mathématiques du Bac, séries D-TI, contient tous les ingrédients d’un examen instructif de mathématiques :   
  
- équation polynomiale dont on recherche les solutions complexes,   
- probabilités : loi de probabilité, espérance d’une variable aléatoire,   
- et un problème analysant une fonction et se terminant par une équation différentielle.  
  
La photo est celle du Pont sur la Sanaga à Edéa, Région du Littoral.



Table des matières

[Exercices 1 -2 BAC D-TI 2015 Enoncés 2](#_Toc41218666)

[Solution de l’exercice 1 sur les nombres complexes 3](#_Toc41218667)

[1. Toute racine de a son conjugué qui est une racine 3](#_Toc41218668)

[2. Le nombre complexe i est une racine de 3](#_Toc41218669)

[3. La décomposition : 3](#_Toc41218670)

[4. Résolution de : 3](#_Toc41218671)

[5. Placement des points A(-i), B(i), C(4/3+5/3 i) et D(4/3-5/3 i) 4](#_Toc41218672)

[Solution de l’exercice 2 sur les probabilités 5](#_Toc41218673)

[1. Nombre de tirages simultanés de deux jetons d’une urne de 10 jetons 5](#_Toc41218674)

[2. X étant le gain algébrique à l’issue d’un tirage simultané de deux jetons 5](#_Toc41218675)

[Problème BAC D TI Cameroun 2015 - Enoncé 7](#_Toc41218676)

[Partie A Equation différentielle du second ordre à coefficients constants 7](#_Toc41218677)

[Partie B Etude d’une fonction 7](#_Toc41218678)

[Solution du Problème 9](#_Toc41218679)

[Partie A 9](#_Toc41218680)

[1. Résolution d’une équation différentielle homogène 9](#_Toc41218681)

[2. Recherche d’une solution particulière 9](#_Toc41218682)

[3. Dire que f est solution de (E) revient à dire que f-p est solution de (E’) 9](#_Toc41218683)

[4. La solution qui satisfait les conditions : 10](#_Toc41218684)

[Partie B 10](#_Toc41218685)

[1. Considérons la fonction *g* définie sur par  10](#_Toc41218686)

[2. Signe de g(x) 11](#_Toc41218687)

[3. Etude sur de la fonction h définie par : 11](#_Toc41218688)

[4. Déterminer une aire : 14](#_Toc41218689)

[a) Figure 1 Placement des points A B C D et cercle de centre E(4/3) de rayon 5/3 4](#_Toc41218703)

[Tableau 1 Loi de probabilité de X 5](#_Toc41218704)

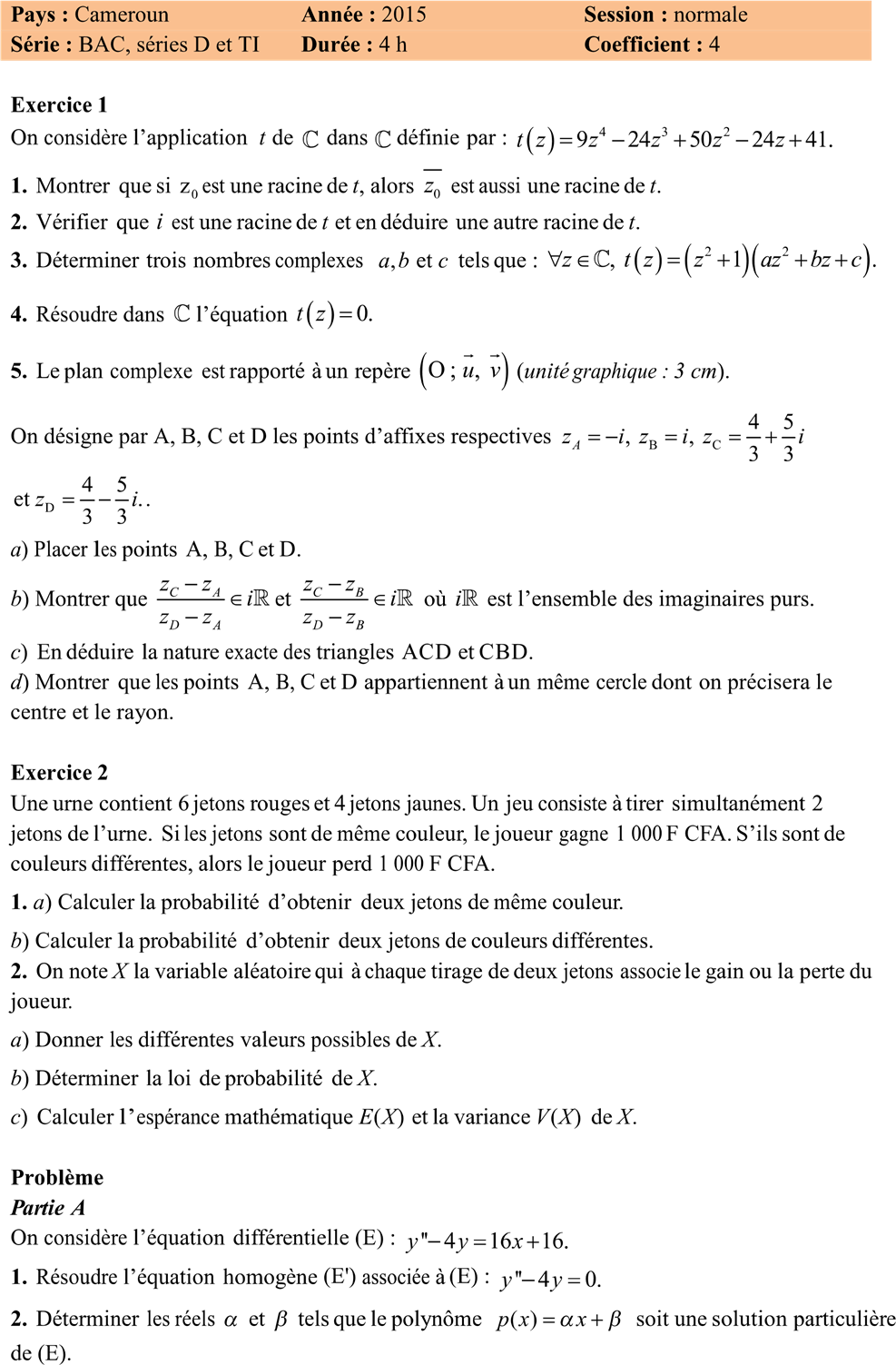
[Tableau 2 Signe de g 11](#_Toc41218705)

[Tableau 3 Tableau des variations de h 12](#_Toc41218706)

[Tableau 4 Table des valeurs de h de 1 a 2 13](#_Toc41218707)

[Tableau 5 Table des valeurs de h 13](#_Toc41218708)

# Exercices 1 -2 BAC D-TI 2015 Enoncés



# Solution de l’exercice 1 sur les nombres complexes

### Toute racine de a son conjugué qui est une racine

Le polynôme est à coefficients réels, donc toute racine complexe a son conjugue complexe qui est aussi une racine.

### Le nombre complexe i est une racine de

Calculons

Il résulte que -i est aussi une racine de , puisque i étant une solution, son conjugué -i est aussi une racine.

Finalement est divisible par

### La décomposition :

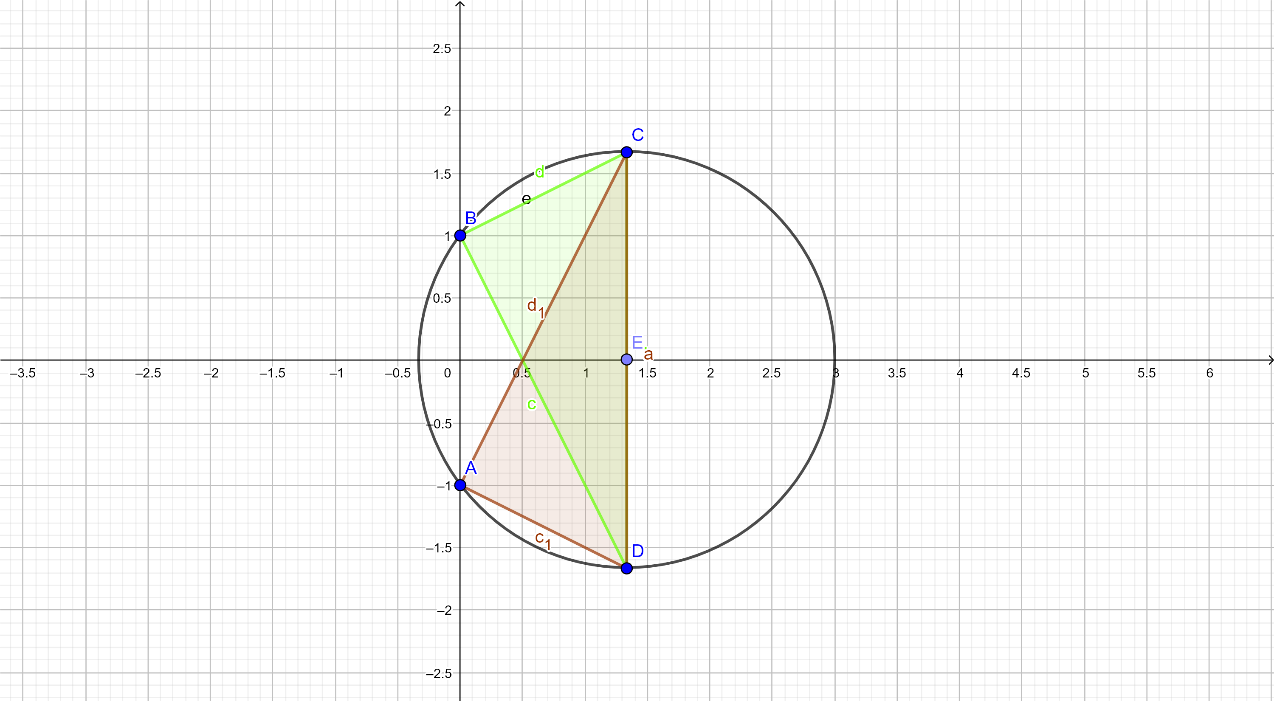
Nous avons :

### Résolution de :

* On peut réécrire le trinôme :
* On peut tout aussi bien introduire le discriminant du trinôme :

et on obtient les racines de :

### Placement des points A(-i), B(i), C(4/3+5/3 i) et D(4/3-5/3 i)



a) Figure 1 Placement des points A B C D et cercle de centre E(4/3) de rayon 5/3

b) Calcul de

Donc

Calcul de

c) Le triangle ACD est rectangle en A et AC=2AD

Le triangle BCD est rectangle en B et BD=2BC.

d) Le cercle de diamètre CD hypoténuse commune aux triangles rectangles ACD et BCD passe par les points A, B, C, et D son centre E a pour affixe 3 ; E est le milieu du segment [CD]

# Solution de l’exercice 2 sur les probabilités

### Nombre de tirages simultanés de deux jetons d’une urne de 10 jetons

Nombre de tirages simultanés de deux jetons rouges d’une urne ayant 6 jetons rouges

Nombre de tirages simultanés de deux jetons jaunes d’une urne ayant 4 jetons jaunes

Finalement :

1. La probabilité d’obtenir deux jetons de même couleur est :
2. La probabilité d’obtenir deux jetons de couleur différente est :

### X étant le gain algébrique à l’issue d’un tirage simultané de deux jetons

1. X ne peut prendre que les valeurs {-1000, 1000}
2. La loi de probabilité de X est décrite dans le tableau :

Tableau 1 Loi de probabilité de X

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| k | -1000 | 1000 |
| p(X=k) |  |  |

1. Espérance mathématique de X :

# Problème BAC D TI Cameroun 2015 - Enoncé

## Partie A Equation différentielle du second ordre à coefficients constants

On considère l’équation différentielle (E) .

**1.** Résoudre l’équation homogène (E') associée à (E) :

**2.** Déterminer les réels et tels que le polynôme soit une solution particulière de l’équation différentielle (E).

**3.** Montrer qu’une fonction *f* est solution de (E) si et seulement si *f* - *p* est solution de (E').

**4.** En déduire toutes les solutions de (E).

**5.** Déterminer parmi ces solutions celle qui vérifie les conditions *f* (0) = 4 et *f* '(0) =4. .

## Partie B Etude d’une fonction

On considère la fonction *g* définie sur par

**1.** Montrer que pour tout nombre réel *x*, .

**2.** Étudier le signe de *g*(*x*).

**3.** On considère sur la fonction *h* définie par :

*a)* Montrer que pour nombre réel *x*,

*b)* Calculer la limite de *h* en −*∞* et en +*∞*.

*c)* Montrer que pour tout x de , *h*'(*x*) = *g*(*x*).

*d)* En déduire le tableau de variations de *h*.

*e)* Montrer que l’équation admet une seule solution réelle telle que

*f)* Construire la courbe représentative de la fonction *h* dans le plan rapporté à un repère orthonormé d’unité 3 cm sur les axes.

**4.** Déterminer l’aire de la partie du plan délimitée par la courbe l’axe des abscisses et les droites d’équations

# Solution du Problème

## Partie A

### Résolution d’une équation différentielle homogène

Pour résoudre l’équation homogène , on recherche les solutions de la forme

, où r est une constante réelle.

On aura , car

Et , d’où

Pour trouver une telle solution il suffit que r vérifie : , soit r=-2 ou r=2.

**Les solutions de l’équation homogène ,   
sont**

### Recherche d’une solution particulière

Pour trouver une solution particulière de l’équation de la forme on remplace y par p dans l’équation (E) tenant compte du fait que :

Donc

On en déduit que :

### Dire que f est solution de (E) revient à dire que f-p est solution de (E’)

Si f est une solution de (E), on a à la fois :

Donc, en soustrayant membre à membre, on obtient :

On voit par conséquent qu’il revient au même de dire que f est une solution de l’équation (E) ou que est une solution de l’équation (E’).

En conclusion les solutions de (E) sont de la forme :

### La solution qui satisfait les conditions :

correspond aux solutions du système, aux inconnues A et B :  
 qu’on écrit :

Soit A=B=4.

**est la solution de (E) vérifiant f(0)=4, f’(0)=-4**

## Partie B

### Considérons la fonction *g* définie sur par

Montrer que pour tout nombre réel *x*, . Il suffit de calculer :

.

Ainsi

### Signe de g(x)

Comme

Mais

Qui change de signe pour

Tableau Signe de g

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | 0 | 0 |  |
| signe(g(x)) | + | - | + |

### 3. Etude sur de la fonction h définie par :

*a)* On montre que pour nombre réel *x*,

Ces transformations sont directes.

b)

Car

De même,

Car

*c)* Montrons que pour tout x de , *h*'(*x*) = *g*(*x*).

On dérive terme à terme, en tenant compte de la formule de la dérivée d’une fonction composée :

*d)* En déduire le tableau de variations de *h*.

Tableau 3 Tableau des variations de h

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | 0 | 0 |  |
| signe(g(x))=signe(h’(x)) | + | - | + |
| h(x) |  |  |  |

e) Comme h est strictement croissante et continue sur ]1, 2] puisqu’elle est dérivable sur cet intervalle et de dérivée strictement positive., il suffit de montrer que h change de signe sur cet intervalle, plus précisément ce changement de signe s’effectue entre 1.1 et 1.2, c’est la valeur de α=1.1 par défaut. Le tableau suivant donne plus de précision. Il résulte de ces considérations que h possède sur l’intervalle ]1, 2] une unique racine.

Tableau 4 Table des valeurs de h de 1 a 2

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Num | x | h(x) |  | x | h(x) |
| 1 | 1 | -0.50847 | 1 | 1.105 | -0.02669 |
| 2 | 1.1 | -0.0537 | 2 | 1.107 | -0.01577 |
| 3 | 1.2 | 0.575511 | 3 | 1.109 | -0.00477 |
| 4 | 1.3 | 1.420459 | 4 | 1.111 | 0.006294 |
| 5 | 1.4 | 2.531108 | 5 | 1.113 | 0.017431 |
| 6 | 1.5 | 3.968088 | 6 | 1.115 | 0.02864 |
| 7 | 1.6 | 5.805122 | 7 | 1.117 | 0.039921 |
| 8 | 1.7 | 8.13199 | 8 | 1.119 | 0.051274 |
| 9 | 1.8 | 11.05813 | 9 | 1.121 | 0.0627 |
| 10 | 1.9 | 14.71704 | 10 | 1.123 | 0.074198 |
| 11 | 2 | 19.2716 | 11 | 1.125 | 0.085769 |

f) Graphe de la fonction h

Tableau 5 Table des valeurs de h

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Num | x | h(x) |
| 1 | -2 | -73.8881 |
| 2 | -1.5 | -24.1034 |
| 3 | -1 | -7.01592 |
| 4 | -0.5 | -1.89348 |
| 5 | 0 | -1 |
| 6 | 0.5 | -1.19268 |
| 7 | 1 | -0.50847 |
| 8 | 1.5 | 3.968088 |
| 9 | 2 | 19.2716 |
| 10 | 2.5 | 64.19647 |
| 11 | 3 | 189.7107 |

A picture containing white, small, lot, sitting

Description automatically generated

### 4. Déterminer une aire :

L’aire de la partie du plan délimitée par la courbe l’axe des abscisses et les droites d’équations , est donnée par l’intégrale définie :

Figure 2 Graphe de h

Or une primitive de h(x)= est donnée par :

Finalement,

On trouve un nombre négatif puisque la région se situe au-dessous de l’axe des x.

**Retenons :**